FÍSICA

EXAMEN OFICIAL SELECTIVIDAD REALIZADO EN MADRID EN LA CONVOCATORIA ORDINARIA 2023/2024

Debe responder a 5 preguntas cualesquiera a elegir entre las 10 que se proponen en el siguiente examen:

A.1.- La distancia del satélite Halimede a Neptuno, planeta alrededor del cual orbita, varía entre 12 y 21 millones de km.

a) **Calcule el trabajo realizado por la atracción gravitatoria de Neptuno sobre Halimede en el tránsito del punto más próximo al más distante de la órbita**
b) **Sabiendo que la energía mecánica de Halimede vale -2.5·10^{20} J, determine la velocidad máxima que alcanza en su órbita**

$\boldsymbol{Datos: Constante\ de\ gravitación\ universal, G = 6.67 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}; Masa\ de\ Halimede, M_H = 1.6 \cdot 10^{15} kg; Masa\ de\ Neptuno, M_N = 1.02 \cdot 10^{26} kg}$

Solución:

a) El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria de Neptuno sobre el satélite para llevarlo de un punto A a un punto B viene dado por:

$$W_{A\to B} = M_H(V_A - V_B)$$

Siendo $V = \frac{-GM_N}{r}$

El punto $r_A = 12 \cdot 10^9 m$, y el punto $r_b = 21 \cdot 10^9 m$. Entonces,

$$V_A = \frac{-GM_N}{r_A} = \frac{-6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}02 \cdot 10^{26}}{12 \cdot 10^9} = -5{,}66 \cdot 10^5\ J/kg$$

$$V_B = \frac{-GM_N}{r_B} = \frac{-6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}02 \cdot 10^{26}}{21 \cdot 10^9} = -3{,}23 \cdot 10^5\ J/kg$$

Finalmente,

$$W_{A\to B} = M_H(V_A - V_B) = 1{,}6 \cdot 10^{15}(-5{,}66 \cdot 10^5 + 3{,}23 \cdot 10^5) = -3{,}88 \cdot 10^{20} J$$

Como el satélite se mueve de un punto más próximo de Neptuno a uno más lejano, este movimiento va en contra de la acción natural del campo gravitatorio del planeta, por lo que el trabajo ha de salir negativo, indicando que lo debe realizar un agente externo.

b) Que la energía mecánica del satélite sea negativa significa que está trazando una órbita cerrada alrededor del planeta. La velocidad máxima aparece cuando el satélite está en el punto más cercano a Neptuno, pues la intensidad del campo gravitatorio es mayor, aumentando el valor de fuerza centrípeta.

Entonces,

$$E_m = E_{c,máx} + E_{p,A} = \frac{1}{2}M_H v^2 - \frac{GM_N M_H}{r_A} = -2{,}5 \cdot 10^{20}$$

Despejando,

$$\frac{v^2}{2} = \frac{-2{,}5 \cdot 10^{20}}{M_H} + \frac{GM_N}{r_A} = 410700 \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot 410700} = 906{,}31 m/s$$

A.2.- Por una cuerda tensa dispuesta a lo largo del eje x se propaga, a una velocidad de 200 ms-1 en el sentido positivo del eje, una onda armónica de 0.4m de longitud de onda. En el instante inicial y en el origen de coordenadas, la elongación es positiva y también lo es la velocidad de oscilación, que equivale a la mitad de su valor máximo. Obtenga:

a) **El número de onda y la frecuencia de la onda**
b) **La fase inicial de la onda**

Solución:

a) La velocidad de propagación es $v_p = 200 m/s$ y la longitud de onda es $0{,}4\ m$, entonces.

$$v_p = 200 = \lambda \cdot f \rightarrow f = 500Hz$$

Mientras que el número de onda es

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}4} = 5\pi\ m^{-1}$$

b) Vamos a suponer una función de onda que cumpla las características dadas en el enunciado:

$$y(x,t) = Asen(\omega t - kx + \phi_0)$$

La frecuencia angular va a ser $\omega = 2\pi \cdot f = 1000\ \pi\ rad/s$, por lo que la onda queda como:

$$y(x,t) = Asen(1000\pi t - 5\pi x + \phi_0)$$

Nos dicen que $y(0{,}0) > 0$ y que $v(0{,}0) = \frac{+v_{max}}{2}$

Evaluando $y(0{,}0)$:

$$y(0{,}0) = Asen(\phi_0)$$

Que tiene que ser positivo.

Por otro lado, derivamos la función de onda para conseguir la velocidad:

$$v(x,t) = 1000\pi \cdot Acos(1000\pi t - 5\pi x + \phi_0)$$

Evaluando en el mismo punto del espacio y del tiempo,

$$v(0{,}0) = 1000\pi \cdot Acos(\phi_0)$$

Y esto tiene que ser igual al valor máximo de la velocidad entre 2, es decir, a $500\pi \cdot A\ m/s$

Entonces,

$$1000\pi \cdot Acos(\phi_0) = 500\pi \cdot A \rightarrow cos(\phi_0) = 1/2$$

Cuyas soluciones son $\phi_0 = \pi/3\, rad$ y $\phi_0 = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{3}\, rad$

Existe una ambigüedad entre qué fase inicial usar, pero lo que sabemos es que

$$y(0,0) = Asen(\phi_0) > 0$$

El primer ángulo corresponde al primer cuadrante, donde el seno es positivo, y el segundo ángulo al cuarto cuadrante, donde el seno es negativo, por lo que la fase inicial apropiada es:

$$\phi_0 = \frac{\pi}{3} rad$$

A.3.- Un hilo conductor de longitud indefinida se extiende a lo largo del eje z. Otro hilo de longitud indefinida paralelo al primero pasa por el punto (5,0,0) cm. Los dos hilos se repelen con una fuerza por unidad de longitud de $5 \cdot 10^{-5} Nm^{-1}$. El campo magnético total se anula a lo largo de la recta x = +10 cm en el plano xz.

a) **Explique si las corrientes en los hilos son paralelas o antiparalelas y calcule su magnitud.**
b) **Determine el módulo del campo magnético en el punto (-5,0,0) cm**

$\boldsymbol{Datos: Permeabilidad\ magnética\ en\ el\ vacío, \mu_0 = 4\pi 10^{-7} TmA^{-1}}$

a) Tenemos un hilo en $x = 0, y = 0$ y otro en $x = 5\ cm, y = 0$, que apuntan hacia la dirección del eje z.

Para que los dos hilos se repelan deben tener sentidos opuestos. Como el ejercicio no nos especifica qué sentido han de tener somos libres de elegirlo. Vamos a llamar hilo 1 al que está en $x = 5\ cm$ e hilo 2 al que está en $x = 0\ cm$. Si suponemos que el hilo 2 apunta en el sentido positivo del eje z, entonces el hilo 1 apuntaría hacia el sentido negativo.

Por el módulo de la fuerza por unidad de longitud entre los hilos, sabemos que, independientemente de analizar la fuerza del 1 sobre el 2 o el 2 sobre el 1, obtendremos que:

$$|\vec{F}/l| = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi d} = 5 \cdot 10^{-5} Nm^{-1}$$

Sabiendo que la distancia entre los hilos es $d = 5\ cm$,

$$\frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi d} = 5 \cdot 10^{-5} \rightarrow 2 \cdot 10^{-7} I_1 \cdot I_2 = 5 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \rightarrow I_1 \cdot I_2 = 12{,}5$$

Por otro lado, sabemos que el campo magnético total en $x = +10\ cm$ es nulo. Esto tiene sentido, ya que es imposible que el campo magnético se anule en el segmento que hay entre los dos hilos (porque los campos magnéticos apuntan en el mismo sentido siempre). A su vez, al estar ese punto más cercano al hilo 1 que al hilo 2, entonces $I_2 > I_1$.

Los campos magnéticos producidos por el hilo 1 e hilo 2 en el punto $x = 10\ cm$ tienen intrínsecamente sentidos opuestos, por lo que solamente necesitamos calcular el módulo de ambos en dicho punto e igualarlos.

$$|\overrightarrow{B_1}| = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi 5 \cdot 10^{-2}}$$

$$|\overrightarrow{B_2}| = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot 10^{-1}}$$

Entonces,

$$\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi 5 \cdot 10^{-2}} = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot 10^{-1}} \rightarrow I_2 = 2I_1$$

Satisfaciéndose la hipótesis anterior.

Nos quedamos con dos ecuaciones de dos incógnitas:

$$I_1 \cdot I_2 = 12{,}5$$
$$I_2 = 2I_1$$

$$I_1 \cdot 2I_1 = 12{,}5 \rightarrow I_1^2 = 6{,}25 \rightarrow I_1 = 2{,}5A$$

Y, finalmente,

$$I_2 = 2 \cdot 2{,}5 = 5A$$

b) Nos piden calcular el módulo del campo magnético total en $x = -5\ cm$. El resultado sería el mismo si supusiésemos los sentidos de los hilos de manera opuesta, por eso nos preguntan sobre el módulo y no el vector.

Según nuestro diagrama, el campo magnético del hilo 1 fluye en sentido horario, y en esa región el vector campo saldría del papel. Por el mismo argumento, el campo magnético del hilo 2 fluye en sentido antihorario, por lo que en esa región entra hacia dentro del papel.

$$\overrightarrow{B_1} = \frac{\mu_0 \cdot 2{,}5}{2\pi 10^{-1}}\vec{j} = 5 \cdot 10^{-6}\vec{j}T$$

$$\overrightarrow{B_2} = \frac{\mu_0 \cdot 5}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}} - \vec{j} = -2 \cdot 10^{-5}\vec{j}T$$

El vector total es:

$$\overrightarrow{B_T} = (-2 \cdot 10^{-5} + 5 \cdot 10^{-6})\vec{j} = -1{,}5 \cdot 10^{-5}\vec{j}T$$

Así, que, finalmente, el módulo es

$$\left|\overrightarrow{B_T}\right| = 1{,}5 \cdot 10^{-5}$$

A.4.- Un objeto de 4mm de altura está situado 20 cm a la izquierda de una lente delgada. La imagen que se forma es derecha y tiene una altura de 2 mm.

a) **Calcule la potencia de la lente e indique si es convergente o divergente**
b) **Elabore el trazado de rayos correspondiente a la situación descrita.**

<u>Solución:</u>

a) Una imagen virtual en una lente delgada se puede obtener en lentes convergentes y divergentes. En una lente convergente se obtendrá imagen virtual si la distancia del objeto a la lente es menor que la distancia focal de la misma.

En este contexto, la imagen obtenida será derecha y siempre mayor que el objeto. Es por esto que sabemos que la lente es divergente, pues la imagen es la mitad del objeto

Sabemos que $s = -20cm, y = 4mm, y' = 2mm$. Calculando el aumento lateral,

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{s'}{-20cm} \rightarrow s' = -10cm$$

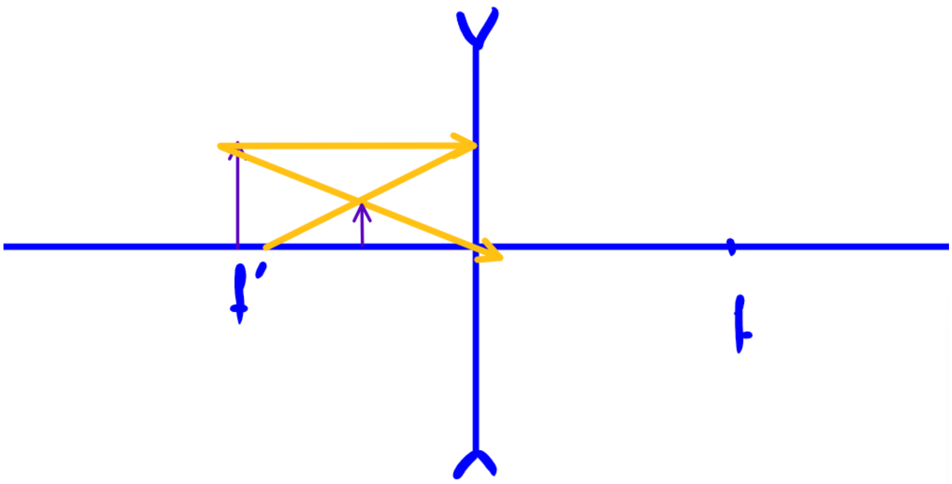
Usando la ecuación fundamental de las lentes delgadas,

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{-10} - \frac{1}{-20} = \frac{1}{f'} \rightarrow f' = -20cm$$

Para las dioptrías:

$$f' = -0{,}2m \rightarrow P = \frac{1}{f'} = -5dioptrías$$

b)



A.5.- Una plaza de cobalto se expone a luz de una determinada intensidad y de frecuencia igual a 1.2 veces la frecuencia umbral para el efecto fotoeléctrico en ese material. En estas condiciones se registra un cierto potencial de frenado V_1.

a) **Si se duplica la frecuencia de la luz incidente, se registra un nuevo potencial de frenado V_2, que es 6 V mayor que V_1. Obtenga el trabajo de extracción para el cobalto y el valor de la frecuencia umbral.**
b) **Si se mantiene la frecuencia inicial y se duplica la intensidad de la luz incidente, ¿cómo se modificará el potencial de frenado?**

$$\boldsymbol{Dato: Valor\ absoluto\ de\ la\ carga\ del\ electrón, e = 1.6 \cdot 10^{-19} C; Constante\ de\ Planck, h = 6.63 \cdot 10^{-34} Js}$$

<u>Solución:</u>

a) Sabemos que

$$f_1 = 1{,}2 f_0$$

Y que se registra cierto potencial de frenado de los fotoelectrones de V_1

A su vez, si

$$f_2 = 2{,}4 f_0$$

Se registra un potencial de frenado de $V_2 = 6 + V_1$

Planteemos la ecuación del efecto fotoeléctrico para ambos casos:

$$1 \to hf_1 = hf_0 + |e|V_1$$

$$2 \to hf_2 = hf_0 + |e|V_2$$

Nótese que donde suele haber la expresión de energía cinética hemos puesto la carga del electrón, en valor absoluto, por el potencial de frenado correspondiente.

Despejando,

$$0{,}2hf_0 = |e|V_1$$

$$1{,}4hf_0 = |e|(6 + V_1) \to 1{,}4hf_0 = |e|6 + 0{,}2hf_0 \to 1{,}2hf_0 = |e|6 \to f_0 = 1{,}2 \cdot 10^{15} Hz$$

El trabajo de extracción es:

$$W_0 = h \cdot 1{,}2 \cdot 10^{15} = 8 \cdot 10^{-19} J$$

b) Si aumenta la intensidad de la luz, pero no su frecuencia, entonces están aumentándose el número de fotones incidentes sobre la placa, pero cada fotón tiene la misma energía de antes, dando lugar a la misma energía cinética máxima y potencial de frenado.

B.1.- Un satélite de 200 kg de masa se mueve en una órbita cerrada alrededor de la Tierra. En un determinado instante, es detectado a 630 km de altura, moviéndose a 9.92 kms-1 con velocidad perpendicular a la dirección radial.

a) **Compare la velocidad del satélite con la correspondiente a una órbita circular de la altura dada y del resultado anterior, razone si la órbita es circular o elíptica.**
b) **Calcule los módulos del momento angular y de la aceleración del satélite en el instante señalado.**

$\boldsymbol{Datos: Constante\ de\ Gravitación\ Universal, G = 6.67 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2};}$
$\boldsymbol{Masa\ de\ la\ Tierra, M_T = 5.97 \cdot 10^{24} kg; Radio\ de\ la\ Tierra, R_T = 6.37 \cdot 10^6 m}$

Solución:

a) Si la órbita fuese circular entonces la velocidad orbital sería constante y vendría dada por la expresión:

$$v^2 = \frac{GM}{r} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}{6{,}37 \cdot 10^6 + 630 \cdot 10^3} \rightarrow v = 7542{,}25\ m/s$$

Al no coincidir la velocidad, o diferir varias unidades, podemos afirmar que se trata de una órbita elíptica.

b) El módulo del momento angular es:

$$|\vec{L}| = r \cdot m \cdot v = (6{,}37 \cdot 10^6 + 630 \cdot 10^3) \cdot 200 \cdot 9{,}92 \cdot 10^3 = 1{,}38 \cdot 10^{13} J \cdot s$$

La aceleración va a venir dada por la segunda ley de Newton:

$$a = GM/r^2 = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}{(6{,}37 \cdot 10^6 + 630 \cdot 10^3)^2} = 8{,}12 m/s^2$$

B.2.- El campanario de una iglesia medieval, situado a 35 m de altura, consta de 4 campanas. Cada una de ellas emite 100mW de potencia sonora tras ser golpeada. Por otro lado, el límite de contaminación acústica en ese municipio está establecido en 55dB.

a) Determine el nivel de intensidad sonora que percibe una persona parada al pie de la torre del campanario cuando se toca una sola campana.
b) ¿Podrán tocar las cuatro campanas a la vez si no se quiere sobrepasar el límite de contaminación acústica y la población está situada a más de 100 metro de la iglesia?

$\boldsymbol{Datos: Intesidad\ umbral, I_0 = 1 \cdot 10^{-12} Wm^{-2}}$

Solución:

a) El nivel de intensidad sonora en ese punto vendrá dado por:

$$\beta = 10log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

La potencia de una sola campana es de $10mW$, por lo que

$$I = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{4\pi 35^2} = 6{,}49 \cdot 10^{-7} W/m^2$$

Por tanto,

$$\beta = 10log\left(\frac{6{,}49 \cdot 10^{-7}}{10^{-12}}\right) = 58{,}12\ dB$$

b) Si ahora tocan las cuatro campanas, la potencia se cuadruplica,

$$P = 40\ mW$$

La distancia de la campana al municipio corresponde a la hipotenusa del triángulo rectángulo cuyos catetos son 35 m y 100m,

$$d = \sqrt{35^2 + 100^2} = 105{,}94m$$

Por tanto,

$$I = \frac{40 \cdot 10^{-3}}{4\pi 105{,}94^2} = 2{,}83 \cdot 10^{-7} W/m^2$$

Finalmente,

$$\beta = 10log\left(\frac{2{,}83 \cdot 10^{-7}}{10^{-12}}\right) = 54{,}51\ dB$$

Por lo que, *a priori,* no supera el límite de contaminación acústica.

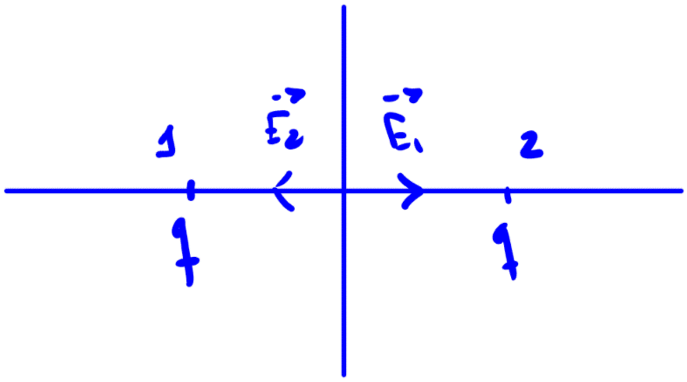
B.3.- Dos partículas situadas en los puntos (-6,0) mm y (6,0) mm del plano xy poseen cargas iguales de +9nC. Obtenga el potencial el eléctrico y el campo eléctrico en:

a) El origen de coordenadas
b) El punto (0,3) mm

$\boldsymbol{Datos: Constante\ de\ la\ ley\ de\ Coulomb, K = 9 \cdot 10^9 Nm^2C^{-2}}$

Solución:

a) El campo eléctrico en el origen de coordenadas es nulo ya que:

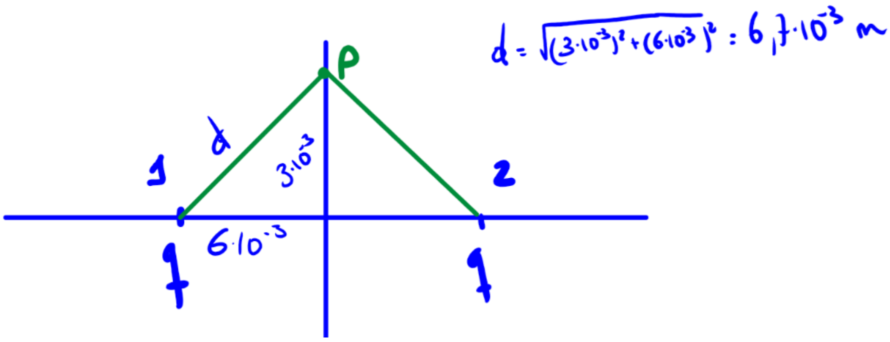


Tenemos el mismo valor de carga y estamos analizando el campo eléctrico en un punto que equidista de ambas cargas. Al ser las dos positivas, los vectores de campo apuntan en sentidos opuestos.

Para el potencial,

$$V_T = V_1 + V_2 = \frac{kq}{6 \cdot 10^{-3}} + \frac{kq}{6 \cdot 10^{-3}} = 27000V$$

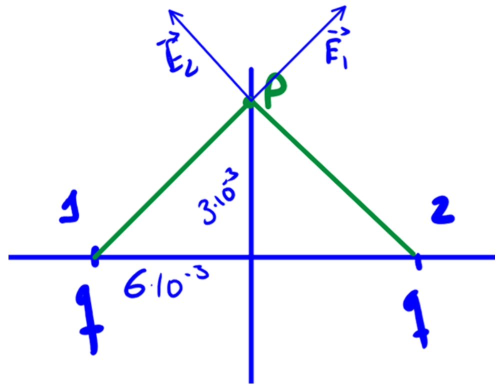
b) En este caso, vamos a calcular el potencial primero por sencillez.



El potencial total será:

$$V_T = \frac{kq}{6{,}7 \cdot 10^{-3}} + \frac{kq}{6{,}7 \cdot 10^{-3}} = 24179{,}10V$$

Finalmente, para el campo eléctrico nos vamos a valer del siguiente diagrama:



El campo eléctrico de la carga 1:

$$\overrightarrow{E_1} = \frac{kq}{(6{,}7 \cdot 10^{-3})^2}\left(\frac{6}{6{,}7}\vec{\imath} + \frac{3}{6{,}7}\vec{\jmath}\right)$$

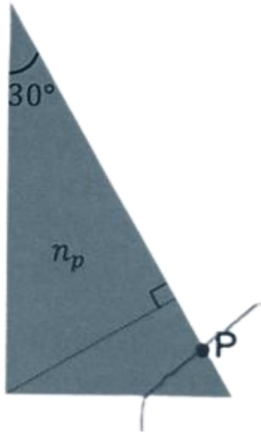
Mientras que para la carga 2:

$$\overrightarrow{E_2} = \frac{kq}{(6{,}7 \cdot 10^{-3})^2}\left(-\frac{6}{6{,}7}\vec{\imath} + \frac{3}{6{,}7}\vec{\jmath}\right)$$

Al sumar los dos vectores las componentes del campo en el eje x se anulan y en el eje y se superponen:

$$\overrightarrow{E_T} = \frac{kq}{(6{,}7 \cdot 10^{-3})^2} \cdot \frac{6}{6{,}7} = 1{,}61 \cdot 10^5 \vec{\jmath} N/C$$

B.4.- El prisma de sección triangular mostrado en la figura está hecho de un material con índice de refracción n_p. Se halla inmerso en aire, con índice de refracción igual a 1.



a) **Determine el índice de refracción n_p si se sabe que el ángulo límite para la reflexión total en el paso del prima al aire vale 45,58º**
b) **Considere un rayo de luz que incide perpendicularmente sobre la superficie del prisma desde el aire, en el punto P. Elabore un diagrama mostrando su recorrido en el interior del prisma hasta que vuelve a emerger al aire, y calcule el ángulo de refracción a la salida.**

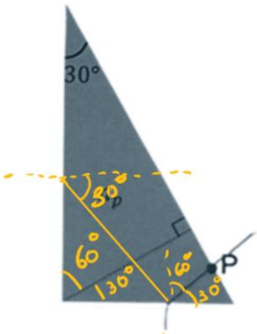
<u>**Solución:**</u>

a) Para ello tenemos que plantear la ley de Snell:

$$n_p sen(45{,}58) = n_{aire} sen(90) \rightarrow n_p = \frac{1}{sen(45{,}58)} = 1{,}40$$

b) Para este apartado hay que tener en cuenta el siguiente diagrama:

El ángulo de incidencia con respecto a la normal del rayo cuando incide sobre la base del prisma es 60º, que es mayor que el ángulo crítico. Por tanto, el rayo no saldrá y solo se reflejará hasta llegar a la pared del lado izquierdo.



Por lo que en la pared del lado izquierdo forma un ángulo de 30 grados con respecto a la normal. Como es menor que el ángulo crítico podemos plantear la ley de Snell:

$$n_p sen(30) = n_{aire} sen(\theta) \rightarrow 0{,}7 = sen(\theta) \rightarrow \theta = 44{,}42º$$

B.5.- Dos muestras, cada una de un radioisótopo disiento (radioisótopo 1 y radioisótopo 2) contienen en el momento de su preparación la misma masa del radioisótopo correspondiente. Las medidas de actividad de las muestras 1 y 2 para el instante inicial (t = 0) y al cabo de un día arrojan los siguientes valores.

	A_1 (kBq)	A_2 (kBq)
t = 0	10.00	11.70
t = 1 d	8.90	10.77

a) Calcule el periodo de semidesintegración de cada radioisótopo.

b) Si M_1 y M_2 denotan las respectivas masas atómicas de los radioisótopos, determine el cociente M_2/M_1

Solución:

a) Planteamos las ecuaciones de las actividades para $t = 1\ día$

$$A_1(1día) = 10\ kBq\ e^{-\lambda_1 \cdot 1}$$
$$A_2(1día) = 11{,}70\ kBq\ e^{-\lambda_2 \cdot 1}$$

Esto es igual a:

$$10kBqe^{-\lambda_1 \cdot 1} = 8{,}9kBq \rightarrow e^{-\lambda_1 \cdot 1} = 0{,}89 \rightarrow \lambda_1 \cdot 1 = -ln(0{,}89) \rightarrow \lambda_1 = 0{,}116 días^{-1}$$

$$11{,}70\ kBq\ e^{-\lambda_2 \cdot 1} = 10{,}77\ kBq\ \rightarrow e^{-\lambda_2 \cdot 1} = 0{,}92 \rightarrow \lambda_2 \cdot 1 = -ln(0{,}92) \rightarrow \lambda_2 = 0{,}083\ días^{-1}$$

Finalmente,

$$T_{1/2,1} = \frac{ln(2)}{\lambda_1} = 5{,}97 días$$

$$T_{1/2,2} = \frac{ln(2)}{\lambda_2} = 8{,}35\ días$$

b) Aquí debemos tener en cuenta que:

$$A_{0,1} = \lambda_1 \cdot N_{0,1} = \lambda_1 \cdot \frac{m_{0,1} N_A}{M_1} = 10kBq$$
$$A_{0,2} = \lambda_2 \cdot N_{0,2} = \lambda_2 \cdot \frac{m_{0,1} N_A}{M_2} = 11,70kBq$$

Dividiendo ambas ecuaciones,

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{10}{11{,}70} \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 0{,}62$$