

MATEMÁTICAS CCSS

EXAMEN OFICIAL SELECTIVIDAD REALIZADO EN MADRID EN LA CONVOCATORIA ORDINARIA 2023/2024

Debe responder a cinco preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen en el siguiente examen:

1.- (2 puntos) Se considera la matriz A dada por:

$$A = \begin{pmatrix} 1-a & -2 & -1 \\ 1 & a & 1 \\ 2 & -2 & a \end{pmatrix}$$

a) Determine los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$ para los que exista la inversa de A.

b) Para $a = -2$, Calcule A^{-1}

2.- (2 puntos) Sea $f(x)$ una función real de la variable real cuya derivada viene dada por la siguiente expresión:

$$f'(x) = x^2 + x - 2$$

a) Obtenga la expresión de la función $f(x)$ sabiendo que pasa por el punto $(0,2)$.

b) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$, clasificando sus extremos relativos si procede.

3.- (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por la siguiente expresión:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x + e^2 & \text{Si } x < 1 \\ ae^{2x} & \text{Si } x \geq 1 \end{cases}$$

a) Halle el valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$ para que $f(x)$ sea continua en todo su dominio.

b) Para $a = 1$, calcule el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica de la función anterior, el eje de abscisas y las rectas $x=1$ y $x=2$.

4.- (2 puntos) Se considera la siguiente función real de variable real:

$$f(x) = \frac{x-2}{x^2-9}$$

a) Determine las asíntotas de esta función.

b) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la función en el punto de abscisa $x = 0$.

5.- (2 puntos) Se dispone de 60 gramos de ácido acetilsalicílico para elaborar tabletas en dos formatos, de 4 gramos y de 3 gramos respectivamente. Se necesitan al menos tres tabletas de 4 gramos, al menos ocho tabletas de 3 gramos y al menos el doble de tabletas de 3 gramos que de 4 gramos. Cada tableta de 4 gramos proporciona un beneficio de 1,5 euros y cada tableta de 3 gramos proporciona un beneficio de 1 euro. ¿Cuántas tabletas deberían fabricarse de cada tipo para maximizar el beneficio? ¿Cuál es el beneficio máximo?

6.- (2 puntos) Un equipo de baloncesto regional ha vendido tres tipos de entradas para su último partido. Las entradas generales se han vendido a 10 euros, las entradas para estudiantes a 8 euros y las entradas infantiles a 5 euros. El equipo ha conseguido vender 600 entradas y ganar 4900 euros. Además, se sabe que ha vendido el doble de entradas generales que de entradas infantiles. Plantee el sistema de ecuaciones y resuelva para calcular el número de entradas vendidas de cada tipo.

7.- (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$;

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y + z = a \\ x + ay + z = a + 1 \\ x + y + az = 2 \end{array} \right\}$$

a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro a .

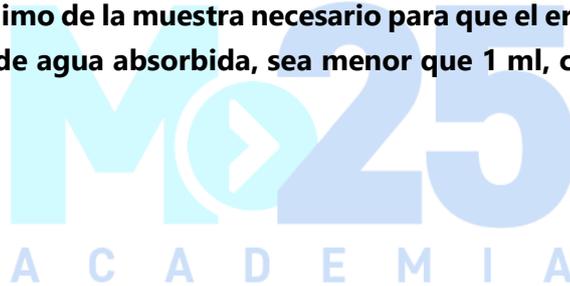
b) Resuelva el sistema de ecuaciones para $a=1$.

8.- (2 puntos) En un festival de música con 200 asistentes se observa que a 90 personas les gusta el pop, a 70 el techno y a 30 les gustan ambos géneros. Eligiendo al azar a un asistente del festival, calcule la probabilidad de que:

- a) Le guste al menos uno de los dos géneros musicales.
- b) Le guste el techno, pero no el pop.

9.- (2 puntos) La cantidad de agua absorbida por un tipo particular de planta acuática se puede modelar con una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica $\sigma = 8$ ml.

- a) Se selecciona aleatoriamente una muestra de 25 plantas acuáticas y se determina que la cantidad media de agua absorbida es de 120 ml. Calcule un intervalo de confianza del 95 % para la media de la cantidad de agua absorbida por este tipo de planta acuática.
- b) Determine el tamaño mínimo de la muestra necesario para que el error máximo, en la estimación de la media de la cantidad de agua absorbida, sea menor que 1 ml, con un nivel de confianza del 90%.



10.- (2 puntos) En tres tanques, A, B y C, de una piscifactoría se crían, respectivamente, el 35 %, el 20 % y el 45 % de los alevines de salmón noruego. Se sabe que el 15 % de los alevines criados en el tanque A, el 30 % de los alevines criados en el tanque B y el 25 % de los alevines criados en el tanque C miden más de 35mm. Eligiendo al azar un alevín de salmón noruego, calcule la probabilidad de que:

- a) Mida más de 35 mm.
- b) Sabiendo que no mide más de 35 mm, proceda del tanque C.