



## UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

PARA MAYORES DE 25 AÑOS

AÑO 2022

**MATERIA:** MATEMÁTICAS II

### INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

**INSTRUCCIONES:** El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni simbólicas. **Las respuestas deben estar debidamente justificadas.**

**PUNTUACIÓN:** La puntuación total es de 10 puntos distribuidos conforme se indica en el enunciado de cada ejercicio.

**TIEMPO:** 1 hora y 30 minutos.

### OPCIÓN A

#### Ejercicio 1 (2,5 puntos)

Tres amigos que se han aficionado a la montaña deciden equiparse, y acuden para ello a una tienda especializada, donde escogen para los tres el mismo modelo de mochila, de anorak y de saco de dormir y dividen después el importe total de la compra equitativamente. Se sabe que un saco de dormir cuesta tanto como un anorak y una mochila. También que el precio del anorak es el doble que el de la mochila. Si el importe total abonado por los tres amigos es de 900 euros, ¿cuál es el precio de cada uno de los artículos que han adquirido?

#### Ejercicio 2 (2.5 puntos)

Dada la función  $f(x) = |x| \operatorname{sen}(x)$

se pide:

- (0.75 puntos) Estudiar la continuidad y la derivabilidad de  $f(x)$  en  $x=0$ .
- (0.5 puntos) Decidir si  $f(x)$  tiene en  $x=0$  un extremo local.
- (1.25 puntos) Calcular  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ .

#### Ejercicio 3 (2,5 puntos)

Consideramos el plano de ecuación  $\pi: 2x - y + z + 3 = 0$  y los puntos  $A(-1,0,-1)$ ,  $B(-1,1,0)$ ,  $C(0,2,-1)$  pertenecientes a  $\pi$ .

- (1 punto) Calcule el área del triángulo de vértices  $A, B, C$ .
- (1.5 puntos) Obtenga una ecuación de la recta que pasa por  $A$  y es perpendicular a la recta  $r$  que pasa por  $B$  y por  $C$ . Calcule la distancia de  $A$  a dicha recta  $r$ .

#### Ejercicio 4 (2,5 puntos)

Una asociación cultural se plantea organizar un viaje. Se están considerando dos posibles destinos A y B y se consulta a los socios que deben votar por uno de los dos destinos. El resultado es que un 60% de los socios prefiere el destino A, frente a un 40% que prefiere el destino B. Entre los socios que tienen a lo sumo 40 años, que son el 70% del total de socios, la preferencia por el destino A es del 80%.

- (1.25 puntos) Si se escoge al azar un socio, ¿qué probabilidad hay de que sea mayor de 40 años y desee viajar a B?
- (1.25 puntos) Si se ha elegido un socio al azar y prefiere el destino A, ¿qué probabilidad hay de que tenga más de 40 años?

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1 (2,5 puntos)

Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ , se pide:

- (1 punto) Determinar para qué valores del parámetro real  $a$  existe la inversa de  $A \cdot B$ , y calcularla para  $a = -1$ .
- (0.5 puntos) Para  $a = -1$ , calcular el determinante de la matriz  $[(A \cdot B)^t]^3$ , donde  $(A \cdot B)^t$  es la matriz traspuesta de  $A \cdot B$ .
- (1 punto) Estudiar, en función del valor del parámetro  $a$ , el rango de la matriz  $B \cdot A$ .

### Ejercicio 2 (2.5 puntos)

Dadas las funciones  $f(x) = \ln(x)$ , definida para  $x > 0$ , y  $g(x) = x^3 - 2x + 5$  definida en toda la recta real, se pide:

- (0.75 puntos) Calcular  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ .
- (1 punto) Estudiar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, así como los extremos relativos, de la función  $g(x)$ .
- (0.75 puntos) Determinar los puntos  $c$  tales que la tangente a la gráfica de  $g(x)$  en  $(c, g(c))$  forme un ángulo de  $\frac{\pi}{4}$  radianes con el eje X.

### Ejercicio 3 (2.5 puntos)

Dados los vectores  $\vec{a} = 2\vec{u} - \vec{v}$  y  $\vec{b} = \vec{u} + 2\vec{v}$  en el espacio vectorial euclídeo, donde  $\vec{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\vec{v} = (0, 1, 0)$ , se pide:

- (1 punto) Determinar todos los vectores  $\vec{c}$  cuyo módulo sea 2 y que sean ortogonales tanto a  $\vec{u}$  como a  $\vec{v}$ .
- (0.75 puntos) Determinar el coseno del ángulo que forman  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$ .
- (0.75 puntos) Calcular  $\vec{a} \times \vec{b}$ .

### Ejercicio 4 (2,5 puntos)

La duración de cierto tipo de electrodoméstico es una variable aleatoria que sigue una distribución normal de media 10 años, y desviación típica 0.5 años.

- (1 punto) Calcule la probabilidad de que uno de esos electrodomésticos dure menos de once años.
- (1.5 puntos) Se toma una muestra de 5 electrodomésticos. Determine cuál es la probabilidad de que al menos 4 duren más de diez años.

# DISTRIBUCIÓN NORMAL



Ejemplo: si  $Z$  tiene distribución  $N(0, 1)$ ,  $P(Z < 0,45) = 0,6736$ .

$z$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

## CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN MATEMÁTICAS II

*Con carácter general, deben considerarse válidas todas las formas correctas de resolver un problema, aunque se siga un planteamiento diferente al que se presenta en el documento de soluciones.*

### OPCIÓN A

#### Ejercicio 1

Por cada ecuación correcta 0.5 puntos. Por resolver el sistema correctamente 1 punto. En caso de resolución correcta de un sistema con alguna ecuación mal planteada, se valorará hasta con 0.5 puntos.

#### Ejercicio 2

- a) Por estudiar correctamente la continuidad, 0.25 puntos. Por la derivabilidad 0.5 puntos (0.25 por el estudio a cada lado del cero).
- b) 0.25 planteamiento, 0.25 puntos por la respuesta correcta.
- c) 0.5 por plantear la integral a calcular correctamente. 0.75 puntos por el cálculo correcto de la misma (0.5 cálculo de la primitiva, 0.25 aplicación de Barrow).

#### Ejercicio 3

- a) 0.75 planteamiento correcto. Resolución correcta según ese planteamiento: 0.25 puntos.
- b) Determinación de la recta pedida 1 punto (0.5 planteamiento correcto; resolución correcta: 0.5 puntos). Cálculo de la distancia 0.5 puntos (0.25 planteamiento, 0.25 puntos resolución)

#### Ejercicio 4

- a) 0.75 planteamiento correcto. Resolución correcta según ese planteamiento: 0.5 puntos.
- b) 0.75 planteamiento correcto. Resolución correcta según ese planteamiento: 0.5 puntos.

### OPCIÓN B

#### Ejercicio 1

- a) Cálculo de  $A \cdot B$  0.25 puntos . Determinación de los valores de  $a$ : 0.25 puntos. Cálculo de la inversa: 0.5 puntos.
- b) 0.25 planteamiento correcto. Resolución correcta según ese planteamiento: 0.25 puntos.
- c) Cálculo de  $B \cdot A$  0.25 puntos. Discusión correcta del rango: 0.5 puntos por el planteamiento, 0.25 puntos por el cálculo correcto del rango.

#### Ejercicio 2

- a) 0.25 planteamiento correcto. Resolución correcta según ese planteamiento: 0.5 puntos.
- b) Intervalos correctos 0.5 puntos. Discusión correcta de los extremos 0.5 puntos (0.25 cada uno).
- c) Planteamiento 0.5 puntos. Resolución 0.25 puntos.

#### Ejercicio 3

- a) Planteamiento 0.5 puntos. Resolución 0.5 puntos.
- b) Planteamiento 0.5 puntos. Resolución 0.25 puntos.
- c) Planteamiento 0.5 puntos. Resolución 0.25 puntos.

#### Ejercicio 4

- a) Planteamiento 0.75 puntos. Resolución 0.25 puntos.
- b) Planteamiento 1 punto (0.5 puntos por reconocer el uso de la binormal, 0.5 por plantear bien ese uso). Resolución 0.5 puntos.