

**INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN**

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las características siguientes: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, almacenamiento de datos alfanuméricos, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales o resolución de ecuaciones. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

**CALIFICACIÓN:** Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.

**TIEMPO:** 90 minutos.

**OPCIÓN A****Ejercicio 1**

Considere la función  $f(x) = x^3 - 3x + 2$

- (1 punto) Estudie los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f$ .
- (1 punto) Esboce la gráfica de  $f$ .

**Ejercicio 2**

Considere la siguiente función  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{2x + 1}$

- (1 punto) estudie las asíntotas de  $f$ .
- (1 punto) Obtenga la expresión de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en  $x=0$ .

**Ejercicio 3**

Considere las siguientes matrices:  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$

- (1 punto) Calcule el determinante de  $(BAB^t)$ .
- (1 punto) Justifique si existe  $C = (B^tBA)^{-1}$ . En caso afirmativo calcule  $C$ .

**Ejercicio 4**

Dados dos sucesos  $A$  y  $B$  tales que  $P(A/B) = P(A)$ ;  $P(B) = 0,5$   $P(A) = 0,7$ . Calcule

- (1 punto)  $P(B/A)$ .
- (1 punto)  $P(A/\bar{B})$ .

Nota:  $\bar{B}$  denota el suceso complementario de  $B$

**Ejercicio 5**

La temperatura corporal en grados Celsius ( $^{\circ}$ ) de un adulto sano es una variable aleatoria con desviación típica  $0,2^{\circ}$ .

- (1 punto) Con una muestra de tamaño 16 se obtuvo el intervalo de confianza  $(36,618; 36,782)$  para la temperatura media. ¿Con que nivel de confianza se calculó?
- (1 punto) Determine el verdadero valor de la temperatura media suponiendo que la probabilidad de que la temperatura de un adulto sea inferior a  $36,7$  es  $0,5$ .

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1

Considere la función real dependiente del parámetro real  $a$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a+x}{x^3-1}, & x < 0 \\ 2e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

- (1 punto) Estudie la continuidad de  $f$  en función de los valores de  $a$ .
- (1 punto) determine al valor del área comprendida entre la gráfica de  $f$  y el eje de abscisas en el intervalo  $[0, 2]$ .

### Ejercicio 2

Para la campaña de navidad debemos establecer el precio de dos colonias una de gama alta y otra de gama baja. El precio de la de gama alta debe ser al menos 5 € superior al de la de gama baja y ambos deben estar entre 10€ y 30€.

- (1 punto) Escriba las restricciones del problema y represente gráficamente el conjunto de posibles soluciones.
- (1 punto) Sabiendo que la función  $I = 60 - 2x + 3y$  expresa los ingresos (I) en función del precio de la colonia de gama alta ( $x$ ) y el de la colonia de gama baja ( $y$ ). determine los valores de los precios que maximizan los ingresos.

### Ejercicio 3

Considere el siguiente sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real  $a$ :

$$\left. \begin{aligned} x + 2y - z &= 22 \\ x - y + z &= -5a \\ 3x + ay + z &= 19 \end{aligned} \right\}$$

- (1 punto) Discútalos en función de  $a$ .
- (1 punto) Resuélvalo para  $a = 1$ .

### Ejercicio 4

En un hotel el 20% de las camas dobles y el 30% de las individuales tienen alguna tara. El 40% de las camas son individuales y el 60% dobles. Si se elige una cama al azar calcule:

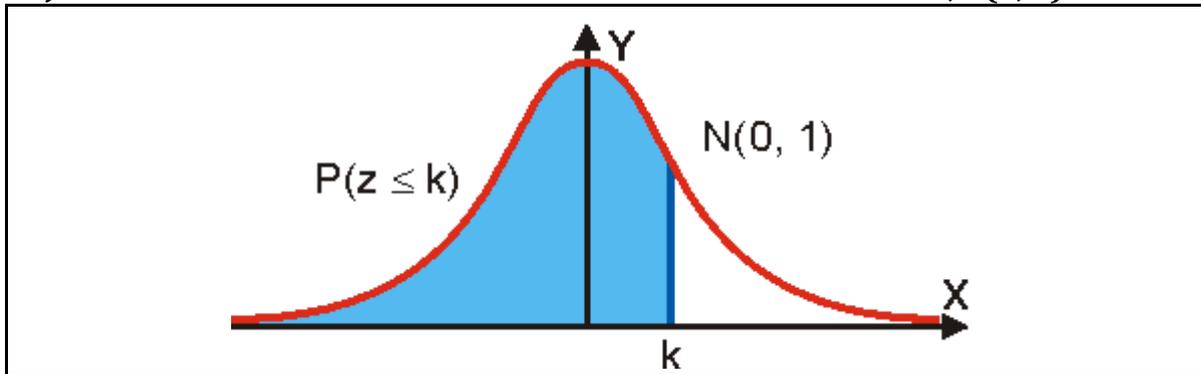
- (1 punto) La probabilidad de que tenga alguna tara.
- (1 punto) La probabilidad de que sea doble sabiendo que tenía tara.

### Ejercicio 5

La capacidad pulmonar en litros (l) de deportistas adultos es una variable aleatoria cuya distribución es Normal con desviación típica 0,6.

- (1 punto) Suponiendo que el valor verdadero de la media de la capacidad pulmonar es 5,4 calcule la probabilidad de que la media aritmética de las capacidades pulmonares de cuatro deportistas escogidas al azar esté entre 5,2 y 5,5.
- (1 punto) Se tomó una muestra aleatoria simple de 36 personas y se obtuvo una media muestral  $\bar{x} = 5,3$ . Obtenga un intervalo de confianza al 95% para la media de la capacidad pulmonar.

## ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR, $N(0, 1)$



z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999