

MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Elija **una** de las dos opciones propuestas, A o B. Lea con atención y detenimiento los enunciados de los ejercicios y responda de manera razonada a los puntos concretos que se preguntan solamente en la opción elegida. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

DURACIÓN: 90 minutos.

CALIFICACIÓN: Cada ejercicio tiene una puntuación máxima de 2,5 puntos, repartidos como se indica en cada uno de los apartados.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}, \text{ se pide:}$$

- (0,5 puntos) Hallar $\det A$.
- (1 punto) Hallar A^{-1} .
- (1 punto) Resolver el sistema $AX = B$.

Ejercicio 2. Dada la función $f(x) = 2x + 3 + \frac{18}{x-3}$, se pide:

- (0,75 puntos) Hallar sus asíntotas.
- (1 punto) Hallar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$.
- (0,75 puntos) Hallar la ecuación de la recta tangente a $y = f(x)$ en $x = 2$.

Ejercicio 3.

$$\text{Dada la recta } r \equiv \begin{cases} x + 5y + z + 10 = 0 \\ x - y - 2z - 5 = 0 \end{cases}, \text{ se pide:}$$

- (0,5 puntos) Hallar un punto de la recta.
- (1 punto) Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y es perpendicular a la recta r .
- (1 punto) Hallar la distancia de la recta al punto $(-4, -1, -6)$.

Ejercicio 4. El prospecto de un medicamento indica que se han observado efectos adversos leves en el 10% de los pacientes que lo toman.

- (0,5 puntos) Si dos pacientes elegidos al azar toman el medicamento ¿cuál es la probabilidad de que ninguno de ellos sufra efectos adversos?
- (1 punto) Si cinco pacientes toman el medicamento, ¿cuál es la probabilidad de que al menos dos sufran efectos adversos?
- (1 punto) Si 200 pacientes toman el medicamento ¿cuál es la probabilidad de que el número de ellos que sufra efectos adversos sea mayor o igual que 15 y menor o igual que 25?

OPCIÓN B

Ejercicio 1.

- a) (1,5 puntos) El cajero automático de un centro comercial da solamente tres opciones a los usuarios: (A) retirar 3 billetes de 10 euros, más un billete de 20 euros, más un billete de 50 euros; (B) retirar un billete de 10 euros, más dos billetes de 20 euros, más un billete de 50 euros; (C) retirar dos billetes de 50 euros (en cualquiera de la tres opciones un total de 100 euros). A lo largo de un día determinado, se han retirado 200 billetes de cada uno de los tres valores (de 10 euros, 20 euros y 50 euros). Determinése cuantos usuarios han optado por cada una de las opciones ese día.
- b) (0,5 puntos) Hallar el valor del producto

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

- c) (0,5 puntos) Hallar la inversa de la matriz A .

Ejercicio 2. Dada la función $f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 3x + 12$, se pide:

- a) (1 punto) Hallar sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
- b) (1 punto) Hallar la recta tangente a la gráfica de $y = f(x)$ en el punto con $x = 0$.
- c) (0,5 puntos) Hallar $\int f(x)dx$.

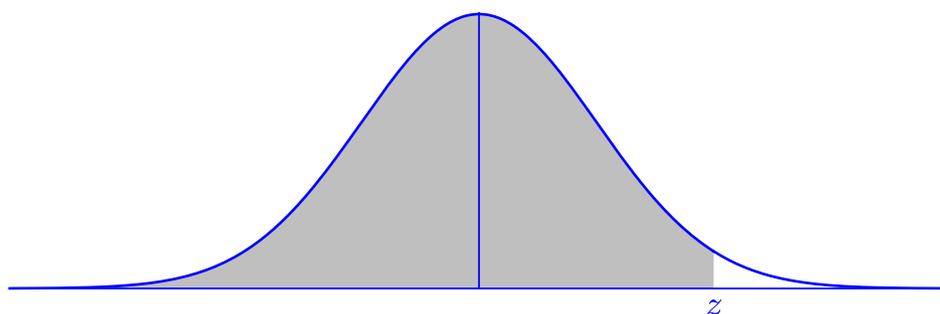
Ejercicio 3. Dado el plano $\Pi \equiv 2x - 2y + z = 2$, se pide:

- a) (0,5 puntos) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(3, 1, 1)$ y es perpendicular al plano Π .
- b) (1 punto) Hallar la distancia del plano Π al punto $(3, 1, -2)$.
- c) (1 punto) Hallar el punto simétrico de $(3, -1, 3)$ respecto del plano Π .

Ejercicio 4. Una urna contiene 5 bolas blancas y 7 bolas negras. Se extraen, de forma consecutiva y sin reemplazamiento, dos bolas; se pide:

- a) (0,5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la primera bola extraída sea blanca?
- b) (0,5 puntos) Si la primera bola extraída ha sido blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la segunda sea negra?
- c) (0,75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bola extraída sea negra?
- d) (0,75 puntos) Si la segunda bola extraída ha sido negra ¿cuál es la probabilidad de que la primera haya sido blanca?

TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL



Ejemplo: si Z tiene distribución $N(0, 1)$, $P(Z < 0.45) = 0.6736$.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

MATEMÁTICAS II**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN**

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas. Cualquier argumento válido o razonamiento que conduzca a la solución del ejercicio será valorado con la puntuación correspondiente, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en el documento de soluciones.

OPCIÓN A**Ejercicio 1.**

- a) Planteamiento: 0,25 puntos. Valor correcto: 0,25 puntos.
- b) Procedimiento: 0,5 puntos. Cálculos correctos: 0,5 puntos.
- c) Interpretación correcta del sistema: 0,25 puntos. Procedimiento: 0,5 puntos; cálculos 0,25 puntos.

Ejercicio 2.

- a) Planteamiento: 0,25 puntos, cada asíntota: 0,25 puntos.
- b) Planteamiento: 0,25 puntos, derivada correcta: 0,25 puntos, intervalos correctos: 0,5 puntos.
- c) Planteamiento: 0,50 puntos, ecuación correcta 0,25 puntos.

Ejercicio 3.

- a) Procedimiento: 0,25 puntos, valor correcto: 0,25 puntos.
- b) Procedimiento: 0,50 puntos, cálculos: 0,50 puntos.
- c) Procedimiento: 0,5 puntos, cálculos: 0,5 puntos.

Ejercicio 4.

- a) Procedimiento: 0,25 puntos. Valor correcto: 0,25 puntos.
 - b) Planteamiento correcto: 0,75 puntos. Valor correcto: 0,25 puntos.
 - c) Planteamiento correcto: 0,75 puntos. Valor correcto: 0,25 puntos.
- No es necesario utilizar la llamada «corrección por continuidad».

OPCIÓN B**Ejercicio 1.**

- a) Asignar incógnitas para escribir un sistema: 0,25 puntos. Escribir un sistema lineal correcto: 0,75 puntos. Resolver el sistema correctamente: 0,5 puntos.
- b) Procedimiento: 0,25 puntos. Valor correcto: 0,25 puntos.
- c) Procedimiento: 0,25 puntos. Valor correcto: 0,25 puntos.

Ejercicio 2.

- a) Planteamiento: 0,25 puntos, derivada correcta: 0,25 puntos, intervalos correctos 0,50 puntos.
- b) Planteamiento: 0,50 puntos, ecuación correcta: 0,50 puntos. No penalizar dos veces un error en el cálculo de la derivada.
- c) Procedimiento correcto: 0,25 puntos, resultado correcto: 0,25 puntos.

Ejercicio 3.

- a) Planteamiento: 0,25 puntos. Cálculos: 0,25 puntos.
- b) Fórmula o planteamiento correcto: 0,5 puntos. Solución correcta: 0,5 puntos.
- c) Planteamiento correcto: 0,5 puntos. Solución correcta: 0,5 puntos.

Ejercicio 4.

- a) Planteamiento: 0,25 puntos. Valor correcto: 0,25 puntos.
- b) Planteamiento: 0,25 puntos. Valor correcto: 0,25 puntos.
- c) Planteamiento: 0,5 puntos. Valor correcto: 0,25 puntos.
- d) Planteamiento: 0,5 puntos. Valor correcto: 0,25 puntos.

RESPUUESTAS

1

OPCIÓN A

1. (a) $\det A = 4$ (b) $A^{-1} = -\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ (c) $x=2, y=4, z=-6$.

2. (a) Asíntota vertical $x=3$, asíntota oblicua $y=2x+3$

(b) $f'(x) = 2 - \frac{18}{(x-3)^2}$, pts críticos en $x=6$ y $x=0$; crece en $(-\infty, 0)$ y en $(6, +\infty)$, decrece en $(0, 3)$ y en $(3, 6)$.

(c) $f(2) = -11, f'(2) = -16$; $Y+11 = -16(X-2)$.

3. (a) Los puntos de la recta son de la forma $(2\lambda-5, -\lambda, 3\lambda-5)$

(b) $2x - y + 3z = 0$ (c) $\sqrt{3}$

4. (a) $(0'9)^2 = 0'81$ (b) $1 - (0'9)^2 - 5(0'9)^4(0'1) = 0'74$

(c) $X \sim \text{Bin}(200, 0'1) \approx N(20, 3)$; $P(15 \leq X \leq 25) \approx P\left(\frac{14.5-20}{3} < Z < \frac{25.5-20}{3}\right) = 0'93$

OPCIÓN B

1. (a) Si el no de usuarios de cada opción es, respectivamente, a, b, c , entonces: $3a+b=200, a+2b=200, a+b+2c=200$; $a=40, b=80, c=40$. (b) 16 (c) $\frac{1}{7} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

2. (a) Crece en $(-\infty, 1 - \frac{\sqrt{3}}{2})$ y en $(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}, +\infty)$; decrece en $(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}, 1 + \frac{\sqrt{3}}{2})$

(b) $f'(0) = 3, f'(0) = 12$; $Y-12 = 3X$;

(c) $X^4 - 4X^3 + \frac{8}{2}X^2 + 12X + C$

3. (a) $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ (b) 0 (c) $(-1, 3, 1)$

4. (a) $\frac{5}{12}$ (b) $\frac{7}{14}$ (c) $\frac{7}{12}$ (d) $P(B_1|N_2) = \frac{P(N_2|B_1)P(B_1)}{P(N_2)} = \frac{5}{11}$