

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las características siguientes: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, almacenamiento de datos alfanuméricos, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales o resolución de ecuaciones. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A**Ejercicio 1**

Considere el siguiente sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\left. \begin{array}{l} -3x + y + 2z = -1 \\ x + 2y - 3z = -1 \\ 2x - ay + z = 3 \end{array} \right\}$$

- (1 punto) Discútalos en función de a .
- (1 punto) Resuélvalos para $a = -4$.

Ejercicio 2

Considere la función real dependiente del parámetro real a

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x-a}, & x < 0 \\ x^2 - a, & x \geq 0 \end{cases}$$

- (1 punto) Estudie la continuidad de f en $x=0$ en función de los valores de a .
- (1 punto) para $a=2$ Obtenga la expresión de la recta tangente a la gráfica de f en $x=1$.

Ejercicio 3

La siguiente función representa la producción de una empresa en función de tiempo de trabajo (x).

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 3 \quad x \geq 0$$

- (1 punto) Determine el intervalo de valores de x en los cuales la producción aumenta al aumentar el tiempo de trabajo
- (1 punto) obtenga el valor de área entre f y el eje de abscisas en el intervalo $[0,2]$.

Ejercicio 4

Dados dos sucesos A y B tales que $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$; $P(A) = 0,7$ y $1 > P(B) > 0$. Calcule

- (1 punto) $P(A/B)$.
- (1 punto) $P(\bar{A}/\bar{B})$.

Nota: \bar{B} denota el suceso complementario de B

Ejercicio 5

El perímetro del tronco de los pinos de un bosque es una variable aleatoria Normal con desviación típica 25 centímetros (cm). Se tomó una muestra aleatoria simple de 256 plantas.

Sabiendo que la media muestral fue $\bar{x} = 136$ cm

- (1 punto) Obtenga un intervalo de confianza al 95% para el perímetro medio del tronco.
- (1 punto) Determine el tamaño mínimo de la muestra para que, con el mismo nivel de confianza, el error sea inferior a 3 cm.

OPCIÓN B

Ejercicio 1

Considere las siguientes matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$: $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

- (1 punto) Calcule $A(BA)^t$
- (1 punto). Calcule $(B^{-1})^2$

Ejercicio 2

Considérese la región del plano S definida por:

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: 3x + 2y \leq 24 ; x \leq 2y ; 3 \leq y ; 2y \leq 3x \}$$

- (1 punto) Representérese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
- (1 punto) Determinéense el punto en el que la función $f(x, y) = x - 3y$ alcanza su valor máximo en S , indicando el valor de f en dicho punto.

Ejercicio 3

Considere la función real $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x}{x} & x < 1 \\ \frac{x-1}{x-2}, & x \geq 1 \end{cases}$

- (1 punto) Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (1 punto) Estudie las asíntotas de f .

Ejercicio 4

Un estudiante ha solicitado dos becas B1 y B2. La probabilidad de que le concedan la primera (B1) es 0,7, la probabilidad de que le concedan la segunda (B2) es 0,6. La probabilidad de que le concedan las dos es 0,4. Calcule la probabilidad de que:

- No le concedan ninguna beca.
- Le concedan una de ellas y la otra no.

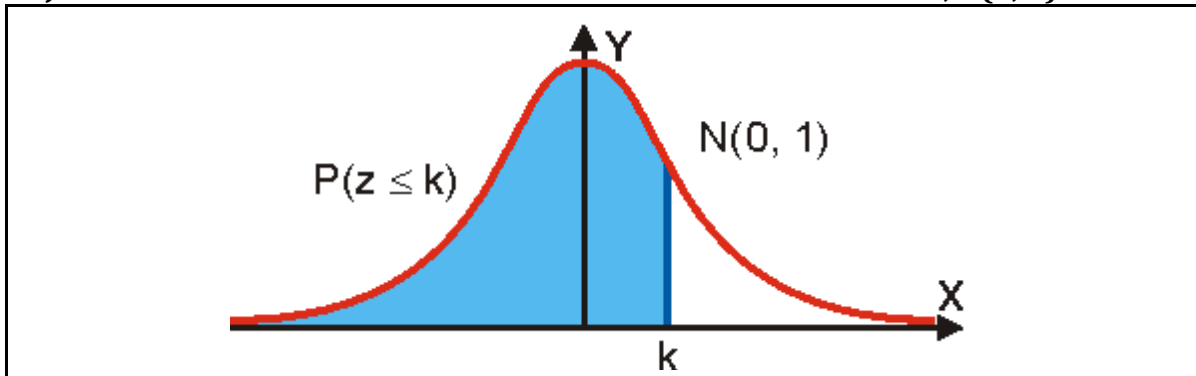
Ejercicio 5

Las emisiones de CO₂ emitidas por vehículos Diesel utilitarios es una variable aleatoria cuya distribución es Normal con desviación típica 2 gramos por kilómetro (gr/km). Con un nivel de confianza del 95% y un tamaño muestral n , se obtuvo el intervalo (183,608; 184,392)

- Obtenga el tamaño muestral n .
- Con el mismo tamaño muestral. ¿Que un nivel de confianza tendría un intervalo cuya amplitud fuera 1,5 veces mayor?.

Nota: la amplitud del intervalo es la diferencia entre el extremo superior y el extremo inferior

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR, $N(0, 1)$



z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999