

**INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN**

Elija **una** de las dos opciones propuestas, A o B. Lea con atención y detenimiento los enunciados de los ejercicios y responda de manera razonada a los puntos concretos que se preguntan solamente en la opción elegida.

Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

**DURACIÓN:** 90 minutos.

**CALIFICACIÓN:** Cada ejercicio tiene una puntuación máxima de 2,5 puntos, repartidos como indica cada uno de los apartados.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.**

- a) (0,5 puntos) Halle la distancia del punto  $P(2, 1, -2)$  al plano  $2x - y + 2z = 5$ .
- b) (1 puntos) Halle la ecuación del plano que contiene a los puntos  $P_1(1, 3, -1)$ ,  $P_2(4, 1, 1)$  y  $P_3(-2, 1, 2)$ .
- c) (1 punto) Halle el volumen del tetraedro con vértices  $Q_1(1, 0, 0)$ ,  $Q_2(0, 1, 0)$ ,  $Q_3(0, 0, 1)$  y  $Q_4(1, 1, 1)$ .

**Ejercicio 2.**

- a) (0,5 puntos) Halle

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - 2 \cos 2x}{3 \sin 3x}.$$

- b) (1 punto) Halle los extremos relativos de la función  $f(x) = \frac{3e^x}{x^2}$ .
- c) (1 punto) Halle  $\int (9x^2 + 2) \ln x dx$ .

**Ejercicio 3.**

- a) (0,5 puntos) Halle una matriz  $B$  tal que

$$B \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- b) (1 punto) Discuta la resolubilidad del sistema

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \lambda \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

según los valores del parámetro  $\lambda$ .

- c) (1 punto) Resuelva el sistema de apartado anterior para  $\lambda = 1$ .

**Ejercicio 4.**

- a) (0,5 puntos) Halle la probabilidad de obtener al menos dos caras en cuatro lanzamientos de una moneda equilibrada.
- b) (1 punto) Si  $X$  es una variable aleatoria con distribución binomial de parámetros 3 y 0,2 (es decir,  $\text{Bin}(3, 0,2)$ ) halle la probabilidad de que  $X = 2$ .
- c) (1 punto) Si  $X$  es una variable aleatoria con distribución binomial de parámetros 100 y 0,2 (es decir,  $\text{Bin}(100, 0,2)$ ), utilice la aproximación normal para hallar la probabilidad de que  $X$  sea mayor o igual que 50.

---

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1.

- a) (0,5 puntos) Halle la ecuación del plano perpendicular al vector  $(1, 1, 1)$  que contiene al punto  $P(7, 1, -1)$ .
- b) (1 punto) Estudie la posición relativa de las rectas

$$r_1 \equiv \begin{cases} x + 2y = 1 \\ z = 3 \end{cases} \quad r_2 \equiv \begin{cases} x + y = 2 \\ y - z = 3 \end{cases} .$$

- c) (1 punto) Halle la distancia del origen a la recta

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-4} = \frac{z-1}{1} .$$

### Ejercicio 2. Sea $f(x) = [\ln(x+3)]^2$ .

- a) (0,5 puntos) Halle el dominio de definición de  $f$ .
- b) (1 punto) Determine si  $f$  tiene extremos absolutos o extremos relativos y, en su caso, obténgalos.
- c) (1 punto) Halle

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[\ln(x+3)]^2}{x^2 + 3x + 7} \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\ln(x+3)]^2}{x^2 + 3x + 7}$$

### Ejercicio 3.

Sea  $A$  la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 3 & -5 & 6 \\ \lambda & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

- a) (0,5 puntos) Halle el determinante de  $A$ .
- b) (1 punto) Halle el valor o valores de  $\lambda$  para los que  $A$  no tiene inversa.
- c) (1 punto) Halle la inversa de  $A$  cuando  $\lambda = 1$ .

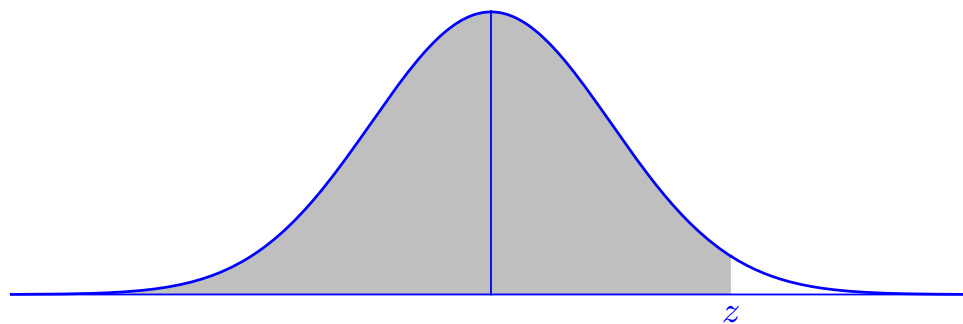
### Ejercicio 4. En un espacio de probabilidades los sucesos $A$ , $B$ y $C$ tienen las probabilidades siguientes

$$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}; \quad P(A|B) = \frac{1}{4}, \quad P(A|C) = \frac{1}{2}, \quad P(B|C) = \frac{1}{4}; \quad P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{16}$$

( $P(A|B)$  significa «probabilidad de  $A$  condicionada por  $B$ »).

- a) (0,5 puntos) ¿Son  $A$  y  $C$  sucesos independientes? ¿Por qué?
- b) (1 punto) Halle  $P(A \cup B)$  y  $P(A \cap B)$ .
- c) (1 punto) Halle  $P(B|A)$  ¿Son  $A$  y  $B$  sucesos independientes? ¿Por qué?

# TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL



Ejemplo: si  $Z$  tiene distribución  $N(0, 1)$ ,  $P(Z < 0.45) = 0.6736$ .

$z$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990