

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Estructura de la prueba: la prueba se compone de dos opciones "A" y "B", cada una de las cuales **consta de cuatro preguntas** que, a su vez, comprenden varias cuestiones. Sólo se podrá contestar una de las dos opciones, desarrollando íntegramente su contenido. En el caso de mezclar preguntas de ambas opciones la prueba será calificada con 0 puntos.

Puntuación: la calificación máxima total será de 10 puntos, estando indicada en cada pregunta su puntuación parcial.

Tiempo: 1 hora y 30 minutos.

OPCIÓN A

1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

- (1,5 puntos) Determine su rango en función de a .
- (1,5 puntos) Obtenga la matriz inversa para $a = 1$.

2. Calcular los siguientes límites:

a) (1 punto) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - 9}{x^2 - 3x} \right)^{3x}$

b) (1 punto) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$

c) (1 punto) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 2x})$

3. Una urna contiene 6 bolas rojas y 4 blancas. Se extraen dos bolas sin reemplazamiento

- (1 punto) Calcular la probabilidad de que no salga ninguna bola roja
- (1 punto) Calcular la probabilidad de que las dos bolas sean del mismo color

4. (2 puntos) La edad de los alumnos que se matriculan en una academia de idiomas sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 0,9 años. De todos los alumnos de la academia se elige al azar una muestra de tamaño 100, resultando ser la edad media de la muestra 21 años. Obtener el intervalo de confianza con un nivel de confianza del 95% para estimar la edad media de los alumnos de la academia.

OPCIÓN B

1. a) (2 puntos) Discuta el siguiente sistema de ecuaciones para los distintos valores de a :

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ -y + z = 0 \\ ax + 2z = 1 \end{array} \right\}$$

b) (1 punto) Resuelva el sistema de ecuaciones para $a = 2$.

2. (2 puntos) Represente la región del plano determinada por el siguiente conjunto de restricciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} y \geq x^2 - 3x \\ y \leq 8 \\ x \geq 0 \end{array} \right.$$

3. Dada la función $f(x) = (1 - 4x)^3$:

a) (1 punto) Determine sus máximos y mínimos.

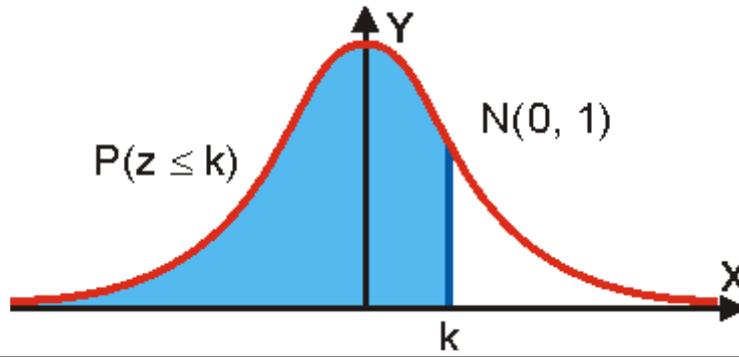
b) (1 punto) Obtenga sus puntos de inflexión.

4. El consumo anual de pan de los habitantes de un municipio sigue una distribución normal de media 60 kg y desviación típica 4 kg.

a) (1,5 puntos) Calcule la probabilidad de que el consumo anual de un habitante esté comprendido entre 57 kg y 62 kg.

b) (1,5 puntos) Calcule la probabilidad de que el consumo medio anual de una muestra aleatoria de 64 habitantes sea menor de 61,5 kg.

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR, $N(0, 1)$



z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

SOLUCIONES Y CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

MODELO A

Problema 1

Solución: $Rg(A) = 3$ si $a \neq 2$, $Rg(A) = 2$ si $a = 2$

$$\text{Si } a = 1, A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Criterios corrección. Obtención del determinante: 0,75 puntos
Discusión del rango en función de a : 0,75 puntos
Obtención de la matriz inversa: 1,5 puntos

Problema 2

Solución: a) ∞ ; b) 0; c) 1

Criterios corrección. Obtención correcta de cada límite: 1 punto

Problema 3

Solución: a) 0,13; b) 0,47

Criterios corrección. 1 punto cada apartado

Problema 4

Solución: (20,824; 21,176)

Criterios corrección. Fórmula correcta: 0,5 pts
Cálculo de $Z_{\alpha/2}$: 0,5 pts.
Cálculo correcto: 1 pts

SOLUCIONES Y CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

MODELO B

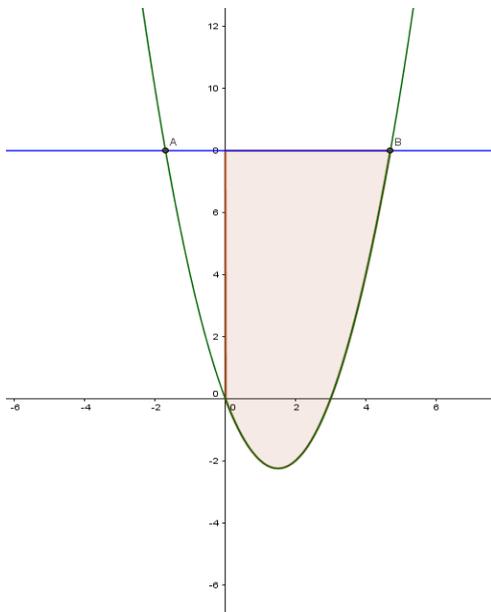
Problema 1

Solución: Sistema compatible determinado para $a \neq 1$. Compatible indeterminado si $a = 1$
Si $a = 1$, $(x, y, z) = (0; 0,5; 0,5)$

Criterios corrección. Obtención del determinante: 1 punto
Discusión del sistema: 1 punto
Obtención de la solución: 1 punto

Problema 2

Solución:



Criterios corrección. Gráficos de las curvas: 1 punto
Localización de la región: 1 punto

Problema 3

Solución: Punto de inflexión: $x = 0,25$. No tiene máximos ni mínimos

Criterios corrección. Obtención correcta de las derivadas: 0,5 puntos
Justificación de los máximos y mínimos: 0,5 puntos
Obtención del punto de inflexión y justificación: 1 punto

Problema 4

Solución: a) 0,4649; b) 0,9987

Criterios corrección. Obtención correcta de cada apartado: 1,5 punto