

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Instrucciones: El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones que se le ofrecen (A o B) y sólo a una. Debe dar respuestas concisas y justificar los argumentos empleados.

Valoración: La puntuación de cada ejercicio, así como la de cada apartado, se indica en el encabezamiento de los mismos.

Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 (3 ptos.) En una fábrica se producen dos clases de productos (A y B). Para que la producción sea rentable es necesario producir como mínimo 10 toneladas del producto A y 20 del B. Hay un comprador que desea toda la producción de la fábrica con la condición de que la cantidad de toneladas producidas del producto B sea mayor que las del A y que entre ambos productos no hayan menos 50 y no más 200 toneladas. Si por cada tonelada producida del producto A la fábrica gana 200 euros y 300 euros por cada tonelada del B. Calcula cuánto ingresaría la fábrica como máximo si aceptara suplir el pedido de este comprador.

Ejercicio 2 (3 ptos.)

- a) **1 pto.** Determine la expresión de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = -x^2 + c$ en el punto $x = 1$, sabiendo que c es un número real desconocido y que la gráfica de f pasa por el punto $(1, 2)$.
- b) **2 pto.** Calcule los siguientes límites.

i) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 1})$ ii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$

Ejercicio 3 (2 ptos.) Se ha tomado una muestra de 100 individuos a los que se les ha medido el nivel de glucosa en sangre, obteniendo una media muestral de 110 mg/cc. Se sabe que la desviación típica de la población es de 20 mg/cc

- a) **1 pto.** Obtén el intervalo de confianza al 90% para el nivel medio de glucosa en sangre de la población.
- b) **1 pto.** ¿Qué error máximo se comete con la anterior estimación?

Ejercicio 4 (2 ptos.) Dos amigos lanzan una moneda para decidir cuál de ellos paga. Uno de ellos apuesta a que saldrá cara mientras que el otro se declina por la cruz y deciden que pagará el que obtenga dos aciertos en tres intentos. ¿Cuál es la probabilidad de que sea necesario cubrir los tres intentos? Si el primer lanzamiento sale cara, ¿cuál es la probabilidad de que los dos siguientes lanzamientos sean cruz?

OPCIÓN B

Ejercicio 1 (3 ptos.) Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales, dependiente del parámetro m :

$$\begin{aligned}3x - 2y - mz &= 2 \\ -x + 2y - 7z &= 2 \\ x - y + z &= 0.\end{aligned}$$

- a) **2 pto.** Clasifique el sistema en compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible para los diferentes valores de $m \in \mathbb{R}$.
- b) **1 pto.** Resolver el sistema para $m = 4$.

Ejercicio 2 (3 ptos.) Sea

$$f(x) = 4x^3 - 9x$$

- a) **1 pto.** Halle las coordenadas de sus puntos de intersección con los ejes coordenados, de sus máximos y mínimos relativos y de sus puntos de inflexión, si existen.
- b) **1 pto.** Halle los intervalos de crecimiento y de curvatura de f .
- c) **1 pto.** Calcule el área del recinto plano limitado por la curva y el eje OX .

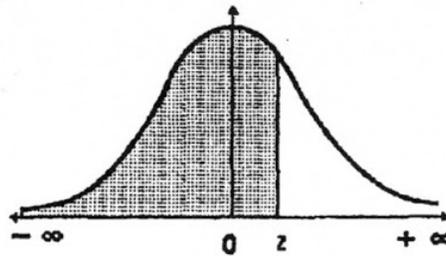
Ejercicio 3 (2 ptos.) Se supone que la temperatura media en una ciudad en el invierno sigue una distribución normal de media 5 grados Celsius y desviación típica 2 grados.

- a) **1 pto.** Calcule la probabilidad de que la media muestral obtenida con los valores de 16 días de la temporada invernal seleccionados aleatoriamente, esté entre 6 y 7 grados.
- b) **1 pto.** Se seleccionan aleatoriamente 4 días. ¿Cuál es la probabilidad de que la media de la muestra sea inferior a 4 grados?

Ejercicio 4 (2 ptos, 0,5 cada apartado.) En una empresa hay 80 ingenieros (80 % de ellos hombres), 15 personas que hacen trabajos de oficina (10 mujeres y 5 hombres) y 5 personas que realizan labores de dirección (20 % de ellos mujeres). Si elegimos una persona al azar,

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que haga trabajos de oficina?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea una mujer?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que una mujer haga trabajos de dirección?
- d) ¿Son independientes los sucesos ser administrativo y ser mujer?

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL N(0;1)



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99909	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99959	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997
4.0	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99998	0.99998	0.99998	0.99998

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z, con distribución N(0;1), esté por debajo del valor z.