

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Estructura de la prueba: la prueba se compone de dos opciones "A" y "B". Sólo se podrá contestar una de las dos opciones, desarrollando íntegramente su contenido. En el caso de mezclar preguntas de ambas opciones la prueba será calificada con 0 puntos.

Puntuación: la calificación máxima total será de 10 puntos, estando indicada en cada pregunta su puntuación parcial.

Tiempo: 1 hora y 30 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1

- a) (1 punto) Hallar las ecuaciones paramétricas de la recta r que pasa por el punto $(1,2,0)$ y que es perpendicular al plano de ecuación $\pi_1 \equiv x - 2y - 3 = 0$.
- b) (1 punto) Calcular la distancia del punto $(1,-1,0)$ al plano π_1 .
- c) (1 punto) Determinar el vector proporcional a $(3,0,4)$ que pertenece al plano $\pi_2 \equiv x - y - z = 1$

Ejercicio 2

(2 puntos) Estudiar y resolver el siguiente sistema de ecuaciones homogéneo según los diferentes valores del parámetro b :

$$\begin{cases} x + by + z = 0 \\ x - 2y + (b-1)z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 3

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} x + 2e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ a\sqrt{1+bx} & \text{si } 0 < x < 1 \end{cases}$$

- a) (1 punto) Calcular para qué valores de a y b la función es continua en $x=0$.
- b) (1 punto) Calcular para qué valores de a y b la función es derivable en $x=0$.

Ejercicio 4

Calcular los siguientes límites:

a) (1 punto) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x)e^x}{x + \cos(x)}$ b) (1 punto) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$ c) (1 punto) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^4 - 2x^2 + 6}{x^4 + 2019}$

OPCIÓN B

Ejercicio 1

(2 puntos) Si a y b son dos números reales, se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & -1 \\ b^2 + 1 & a \end{pmatrix}.$$

a) (1 punto) ¿Para qué valores de a y b es inversible la matriz A ?

b) (1 punto) Calcular la inversa de A cuando $a=1$ y $b=-1$.

Ejercicio 2

Consideremos la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) (1 punto) Calcular A^2 , A^3 y A^5 .

b) (1 punto) Calcular A^{-1} ¿Es inversible la matriz A^{2019} ?

Ejercicio 3

(2 puntos) Dada la función $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & \text{si } x < 3 \\ \ln(x-2) & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

calcula los valores de a y b para que la función f sea derivable en $x=3$.

Ejercicio 4

Calcular los siguientes límites:

a) (1 punto) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{\operatorname{sen}(x-1)}$

b) (1 punto) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x}}$

Ejercicio 5

Dados los planos de ecuaciones $\pi_1 \equiv 2x + y - z + 2 = 0$ y $\pi_2 \equiv 2x + 2y + 2z - 2 = 0$

a) (1 punto) Hallar las ecuaciones paramétricas de la recta de intersección entre ambos planos.

b) (1 punto) Calcular la ecuación del plano paralelo al plano π_1 que pasa por el punto $(2, -1, 1)$