

**INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN**

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las características siguientes: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, almacenamiento de datos alfanuméricos, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales o resolución de ecuaciones. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

**CALIFICACIÓN:** Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.

**TIEMPO:** 90 minutos.

**OPCIÓN A****Ejercicio 1**

El recibo del agua tiene diferentes precios para cada tramo de consumo. Cada uno de los primeros 25 m<sup>3</sup> se pagan a un precio (x), de 25 a 75 se pagan a otro precio (y) y de 75 en adelante a un precio (z). Por ejemplo un consumo de 200 m<sup>3</sup> pagaría 25 m<sup>3</sup> al precio (x) 50 m<sup>3</sup> al precio (y), y 125 (el resto hasta 200) al precio (z). Javier pagó 152,5 € por un consumo de 120m<sup>3</sup> Ana pagó 47,5€ por un consumo de 60m<sup>3</sup> y Lucía pagó 92,5 € por un consumo de 90m<sup>3</sup>.

- a) (2 puntos) Determine el precio del agua en cada uno de los tramos.

**Ejercicio 2**

Considérese la región del plano  $S$  definida por:

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \leq 5 ; y \leq 2x + 1 ; x - 1 \leq y\}$$

- a) (1 punto) Representétese gráficamente la región  $S$  y calcúlense las coordenadas de sus vértices.  
b) (1 punto) Determinéense el punto en el que la función  $f(x, y) = 2x - y$  alcanza su valor máximo en  $S$ , indicando el valor de  $f$  en dicho punto.

**Ejercicio 3**

Considere la función real de variable real  $f(x) = \frac{x}{1-x}$

- a) (1 punto) Estudie el dominio y la continuidad de  $f$ .  
b) (1 punto) Obtenga las asíntotas de  $f$ .

**Ejercicio 4**

Dados dos sucesos  $A$  y  $B$  tales que  $P(A) = 0,4$   $P(B) = 0,5$   $P(A/B) = 0,7$ . Calcule:

- a) (1 punto)  $P(B/A)$ .  
b) (1 punto)  $P(A \cap \bar{B})$ .

Nota:  $\bar{B}$  denota el suceso complementario de  $B$

**Ejercicio 5**

La puntuación en una competición patinaje, es una variable aleatoria ( $X$ ) cuya distribución es Normal con desviación típica 1,2 puntos.

- a) Suponiendo que el valor de la media de  $X$  es 5,80 calcule la probabilidad de que una persona escogida al azar obtenga más de 5 puntos.  
b) Se tomó una muestra aleatoria simple de 4 patinadores y se obtuvo una media muestral  $\bar{x} = 6,10$  puntos. Obtenga un intervalo de confianza al 95% para la media de  $X$ .

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1

Considere la siguiente matriz:  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

- (1 punto) Calcule  $(B^t B)^{17}$
- (1 punto). Justifique si existe  $(B B^t)^{-1}$ .

### Ejercicio 2

Considere la función  $f(x) = \begin{cases} x & x < 1 \\ \frac{(x-5)^2}{5}, & x \geq 1 \end{cases}$

- (1 punto) Determine el dominio de la función y estudie su continuidad.
- (1 punto) Esboce la gráfica de la función.

### Ejercicio 3

Considere la siguiente función  $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 4$

- (1 punto) Obtenga y clasifique los extremos relativos de  $f$ .
- (1 punto) Obtenga la expresión de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en  $x=0$ .

### Ejercicio 4

En una determinada población el 20% de los individuos va al cine habitualmente. El 40% de los que van al cine habitualmente practica algún deporte, El 25% entre los individuos que no va al cine habitualmente practica algún deporte. Se elige un individuo al azar. Calcule la probabilidad de que:

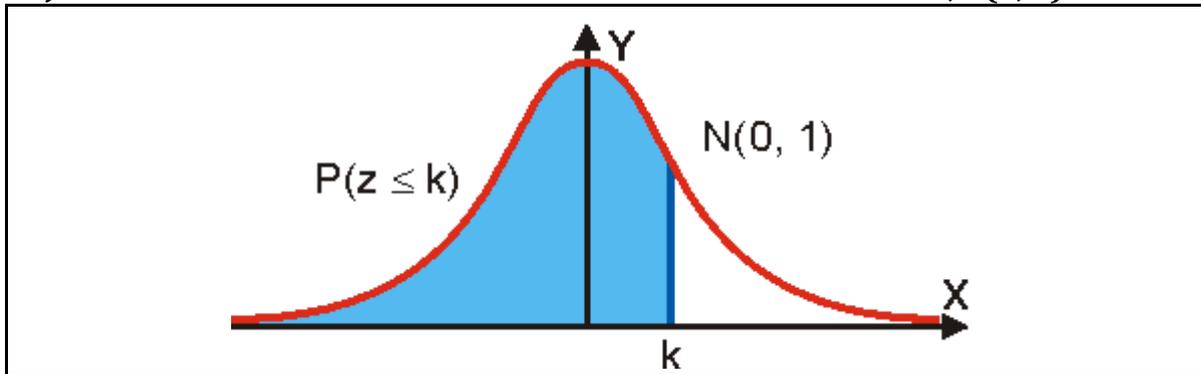
- Practique algún deporte.
- Vaya habitualmente al cine, sabiendo que no practica ningún deporte.

### Ejercicio 5

La cantidad de agua que consumen anualmente los vecinos de una comunidad es una variable aleatoria cuya distribución es Normal con desviación típica 150 metros cúbicos.

- Determine el tamaño mínimo de la muestra para que, un nivel de confianza del 95%, el error del intervalo de confianza para la media sea inferior a 9 metros cúbicos.
- Determine los valores de la media muestral y el tamaño de la muestra con que se obtuvo el intervalo de confianza del 95%, (451, 549).

## ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR, $N(0, 1)$



z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999